

Łódź, 4.07.2021

Andrzej Indrzejczak,  
Katedra Logiki, Uniwersytet Łódzki,  
Lindleya 3/5, 90-131 Łódź  
*andrzej.indrzejczak@filhist.uni.lodz.pl*

## OCENA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Mgr Tomasza Witczaka

pt. Modele otoczeniowe i topologiczne dla klasycznych i intuicjonistycznych  
logik modalnych

przygotowanej pod kierunkiem naukowym  
Promotora dr hab. Tomasza Połacika, prof. UŚ

## 1 Przedmiot i zawartość rozprawy

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska składa się z sześciu rozdziałów poprzedzonych wprowadzeniem, oraz uwag końcowych i bibliografii zawierającej 150 pozycji. Rozprawa jest napisana w języku polskim i liczy łącznie 120 stron. Wprowadzenie zawiera omówienie zawartości rozprawy, uzasadnienie podjętych badań, oraz omówienie podstawowej siatki pojęciowej. W rozdziale pierwszym przedstawiona jest modyfikacja semantyki otoczeniowej dla logiki intuicjonistycznej (Moniri i Maleki), która pozwala adekwatnie scharakteryzować intuicjonistyczną logikę modalną rozważaną wcześniej przez Božica i Dosenę. Autor, oprócz zaprezentowania alternatywnej semantyki dla tej interesującej logiki przedstawia tam również szereg dodatkowych wyników o charakterze zarówno technicznym (własność skończonego modelu, translacje do pewnych systemów klasycznych, warstwowa bisymulacja) jak i filozoficznym (reprezentacja tzw. public announcement, definicja możliwości). Rozdział drugi omawia problem punktowo równoważnych przejść pomiędzy rozważanymi semantykami otoczeniowymi a modelami topologicznymi. Uzyskane w ten sposób modele topologiczne są przystosowane do rozważanej w rozdziale pierwszym intuicjonistycznej logiki modalnej choć nie jest ona względem nich pełna. W rozdziale trzecim podjęty jest problem logik fałszywych wierzeń, które dotąd były rozważane jedynie na bazie logiki klasycznej. Autor wprowadza szereg intuicjonistycznych słabych logik modalnych wraz z dowodami ich adekwatności względem semantyki relacyjno-otoczeniowej. Dodatkowo analizowane są zarówno inne możliwe interpretacje badanej modalności, jak i inne operatory modalne, oraz semantyki bi-otoczeniowe. Rozdział czwarty dostarcza obszernego przeglądu wybranych

uogólnień pojęcia topologii. Szczególną uwagę poświęca autor topologii uogólnionej w sensie Csasara. Modele zbudowane na bazie silnej uogólnionej topologii okazują się równoważne klasie modeli otoczeniowych charakteryzujących słabą logikę modalną **MNT4**. Analiza uogólnień uzyskanych struktur pozwala uzyskać dalsze, częściowe wyniki. Ten obszerny rozdział zawiera także dyskusję autorskiego pomysłu tzw. zbiorów negocjacyjnych oraz logik wiarygodności. Kolejny rozdział dotyczy przestrzeni w pewnym sensie komplementarnych do wcześniej rozważanych, mianowicie przestrzeni infra-topologicznych. Struktury, rozważane w rozdziale czwartym wykorzystane są ponownie w rozdziale ostatnim. Zawiera on dodatkowe definicje pojęć będących słabymi odpowiednikami znanych terminów topologicznych. Pracę zamyka krótkie podsumowanie zaprezentowanych badań.

## 2 Ocena merytoryczna rozprawy

### 2.1 Uwagi ogólne

Rozprawa mgr Witczaka jest pracą ciekawą i bogatą w treści. W pewnym sensie można uznać ją nawet za interdyscyplinarną gdyż łączy rozważania z zakresu badań nad nieklasycznymi logikami zdaniowymi z problematyką uogólnionych topologii. Wprawdzie próby wykorzystania topologii do konstrukcji semantyki dla wybranych logik modalnych to temat mający długą historię ale dotąd nie zostały przeprowadzone systematyczne badania na tym polu. Autor jest zresztą bardzo dobrze zorientowany w stanie takich wykorzystania topologii w logice, czego świadectwem jest przytoczona przez niego literatura. Rozprawa zawiera liczne interesujące wyniki podane w przystępny sposób, często z wykorzystaniem diagramów. Choć wiele z prezentowanych dowodów ma dość elementarny charakter, to trzeba podkreślić, że recenzowana rozprawa dowodzi dobrego opanowania warsztatu logicznego przez Autora, umiejętności stawiania pytań badawczych i znajdowania na nie samodzielnych odpowiedzi. Styl rozprawy zasadniczo również nie budzi zastrzeżeń za wyjątkiem kilku kwestii, które omówię w dalszej części recenzji. Przedstawię niżej kilka uwag krytycznych i postulatów dotyczących zarówno kwestii merytorycznych jak i redakcyjnych. Nie służą one dewaluacji wartości omawianej pracy, którą oceniam wysoko. Mam jednak nadzieję, że podane dalej uwagi mogą okazać się pomocne w przypadku ewentualnej publikacji ostatecznej wersji.

### 2.2 Uwagi szczegółowe

str. 5, ost. akapit: określenie "klasyczne logiki modalne" jest dwuznaczne - może chodzić o 1: (dowolne) logiki modalne na bazie logiki klasycznej ale też o 2: pewną klasę słabych logik modalnych. Takie określenie pojawia się potem np. na str. 10 w odniesieniu do **S4**, co oczywiście upewnia czytelnika, że autor

ma na myśli rozumienie pierwsze. Wydaje się, że dobrze by było przytoczyć klasyfikację logik modalnych skoro w tekście wielokrotnie pojawiają się logiki słabsze od normalnych.

Str. 13: Ani na tej stronie ani na innych, gdzie charakteryzowane są kolejne logiki autor nie precyzuje w jakim sensie mówi o relacji wynikania czy też dowiedliwości. Jak wiadomo, można te relacje zdefiniować na różne sposoby przy czym dwa najpopularniejsze to semantycznie lokalna i globalna relacja wynikania (w terminach dziedziczenia prawdziwości w światach lub w modelach) i odpowiadające im relacje dowiedliwości słaba i mocna (domknięta na reg. normalne, np. MP, lub na reg. niezawodne, np. RN). Dowody pełności zazwyczaj przeprowadza się wykorzystując słabą relację dowiedliwości (autor też tak robi, definiując teorie jako zbiory domknięte tylko na MP) gdyż: 1) spełnia ona tw. o dedukcji, co ułatwia dowody 2) pełność dla relacji słabej implikuje pełność dla relacji mocnej. Tym niemniej, w pracy sprawy te nie są wyraźnie wyartykułowane (autor de facto nie przedstawia wyraźnie ani definicji wynikania, ani definicji relacji dowiedliwości) a ponadto stosowana jest dla reguł notacja, która nie jest ściśle rzecz ujmując poprawna. Mam na myśli to, że autor używa zapisu  $\varphi_1, \dots, \varphi_n \vdash \psi$ , który przy stosowaniu  $\vdash$  do teź jest mylący. Autor w moim przekonaniu powinien za pomocą odpowiednio dobranego zapisu zaznaczyć tę różnicę, np. zamiast pisać  $\varphi \vdash \Box\varphi$  pisać "jeżeli  $\vdash \varphi$ , to  $\vdash \Box\varphi$ " lub użyć osobnego zapisu dla silnej relacji; np. na str. 30, reguła AN, która też nie jest normalna, jest zapisana przy użyciu  $\Rightarrow$  jako symbolu takiej relacji. Pewnie nie podkreślałbym tak tej sprawy gdyby nie fakt, że brak graficznego rozróżniania reguł normalnych i niezawodnych może w kontekście tej pracy prowadzić czasem do nieporozumień i wątpliwości. Np. na str. 81 podana jest spora liczba reguł, które w intuicjonizmie są regułami normalnymi, więc może się wydawać, że w rozważanej logice  $WF_N$  też są normalne. Tymczasem poniżej pokazuje się, że dla niektórych z nich odpowiadające im formuły, które uzyskalibyśmy przez tw. o dedukcji, nie są tezami. W takich przypadkach warto już na poziomie zastosowanego oznaczenia pokazać które z reguł nie są normalne.

Str. 28: wydaje mi się, że warto dodać akapit nieformalnie wprowadzający pojęcie "public announcement".

Str. 46, def. 3.6: W definiensie warunku dla  $W\varphi$  mamy  $\neg\varphi$  co w pewien sposób psuje rekurencyjny charakter tej definicji i rzutuje na poprawność dowodu np. tw. 3.26. Co więcej,  $\neg$  nie jest nawet pierwotnym symbolem ale raczej traktowanym jako zdefiniowany w terminach implikacji i fałsum, z ubocznie wprowadzonym warunkiem w uwadze 3.5.

Są dwie możliwości poprawienia tego stanu. Można wprowadzić stosowną miarę złożoności formuł, w której  $W\varphi$  będzie "dłuższa" od  $\neg\varphi$ . Jest to rozwiązanie nieco sztuczne ale dopuszczalne i wymaga jedynie formalnego zdefiniowania, a następnie w dowodach podania, że indukcja stosowana jest po tak zdefiniowanym parametrze. [Nawiasem mówiąc autor bywa i w tym rozdziale i w in-

nych dość nieprecyzyjny w wielu dowodach indukcyjnych; czasem tylko ogólnie stwierdza, że mamy do czynienia z indukcją po złożoności formuły (nie zdefiniowaną wcześniej - por. uwaga poniżej do str. 34), czasem wogóle nie podaje, że dowód jest indukcyjny.]

Drugie rozwiązanie, moim zdaniem bardziej eleganckie, w def. 3.6. zamiast " $w \vdash \neg\varphi$ " użyć "dla każdego  $v \geq w$  nie zachodzi  $v \vdash \varphi$ ". Oczywiście, przy tej zmianie należy poczynić drobne poprawki w dowodach, które później następują.

## 2.3 Uwagi redakcyjne

Niniejsza rozprawa, w zakresie edycji tekstu zredagowana jest bardzo sprawnie. Tym niemniej zdarzają się w niej drobne błędy redakcyjne. Wymienię niektóre z nich:

Str. 7, drugi akapit: "wyracowaliśmy"  $\implies$  "wypracowaliśmy".

Str. 7: "pojęciowość" może lepiej by było "struktura pojęciowa". Na tej stronie po raz pierwszy pojawia się, zresztą uzasadnione przez autora, określenie "framework" później wielokrotnie używane. Mimo wszystko uważam, że lepiej byłoby w wielu miejscach użyć raczej określeń typu: "środowisko", "kontekst"; podobnie użycie "setting" (np. na str. 28).

Str. 8: określenie  $PV$  dla zbioru zmiennych zdaniowych powinno być wprowadzone tutaj zamiast być użyte (bez objaśnienia) na str. 10 a zdefiniowane na 11. Podobnie  $\mathcal{N}_w$  jest użyte na str. 10 a objaśnione na 11.

Str. 10: Prezentacja czasem, w moim przekonaniu, jest stylistycznie zbyt rozwlekła, i w rezultacie nieporęczna, np. zamiast "Główny pomysł polega na tym, że mamy model postaci" wystarczy "Modele otoczeniowe mają postać".

Str. 11: akapit 1.1.2 powinien znaleźć się przed nieformalnym wprowadzeniem modeli otoczeniowych na str. 10; może przenieść go do wstępu? Poza tym "bardzo typowego języka"  $\implies$  "standardowego języka".

Str. 12, lem. 1.4 dowód  $\Leftarrow$ : "a stąd  $\bigcap N_u$ "  $\implies$  "a stąd  $\bigcap N_w$ ".

Str. 13: jeden okrąg (zewnątrzny górny) na diagramie zbędny.

Str. 14, w. 5: "ogół"  $\implies$  "ogól".

Str. 15, dowód tw. 1.14: zbędne drugie wystąpienie "że" w w (1) ( $\Leftarrow$ ); w ostatnim w. (2)( $\implies$ ) pierwsze wystąpienie  $\varphi$  zmień na  $\psi$ .

Str. 16, def. 1.18: "dla każdej formuły" - zrezygnuj by było podać, że warunki standardowe za wyjątkiem tych dwóch dla implikacji i konieczności.

Str. 18, tw. 1.28, w.2 w dowodzie (2) zamiast  $\beta$  ma być  $\varphi$ .

Str. 20, 1.3.2: "dobroczynnych własności"?; w w. 3 def. 1.38:  $W \implies W^1$ .

Str. 22: dwukrotnie (w def. 1.45, Tw. 1.46) zamiast  $M^1, M^2$  ma być  $W^1, W^2$ .

Str. 24, w.3 dowodu lem. 1.47: zamiast  $\neg(w \leq z)$  ma być  $\neg(v \leq z)$ .

Str. 27, dowód tw. 1.60, pierwszy akapit po zdefiniowaniu modeli: zamiast  $\diamond$  ma być  $\square$ .

Str. 28: skreśl ")" za **F1**.

Str. 29, w dowodzie lem 1.63 (3)  $\Leftarrow$  zmień na  $\Rightarrow$  a "cap" w górnym indeksie zmień na " $\cap$ ". W ostatnim akapicie dowodu zamiast  $V^{\cap X}$  ma być  $V^{\cap X}(q)$ . W -3:  $\{W\}$  zamień na  $W$ .

Str. 30, lem. 1.65: "schematów i"  $\implies$  "schematy"; w (6) zabrakło  $(\psi \rightarrow \xi)$  po  $[\varphi]$ , a w (7)  $\square$  zamiast  $\Delta$ . Ponadto zapis reguły (8) wprowadza symbol  $\implies$  na oznaczenie relacji wyprowadzalności, choć wcześniej było to zaznaczane inaczej (przez  $\vdash$ ).

Str. 31, lem. 1.67, dwa razy  $\Theta$  zamiast  $\Theta_{\xi}$ ; w dowodzie (2) "an"  $\implies$  "i".

Str. 32, Tw. 1.69: "then"  $\implies$  "to".

Str. 33, w. -3: "bazuje na"  $\implies$  "opiera się na" [w książce pełnej "anglicyzmów" unikajmy przynajmniej "rusycyzmów"].

Str. 34: "Istotą jest"  $\implies$  "Istotne jest". Ponadto brak jest definicji "złożoności formuły" [wcześniej wprowadzone były formalnie rozmaite miary "degree", "size"], w w. 18: zamiast  $u$  ma być  $\bar{u}$  w obrębie pierwszego abstraktu.

Str. 35: znów styl: "pojęciowość" (por. uwaga do str. 7), czy "kroić się niepusto"  $\implies$  "mieć niepuste przekroje".

Str. 36-37:  $T$  jest użyta zarówno w def. 21, jak i jako nazwa aksjomatu, co prowadzi do dwuznaczności w operowaniu tą literą, np. w pierwszym akapicie na str. 37. Może użyć innego kroju  $T$  dla jednego z przypadków?

Str. 39, akapit przed rysunkiem: zamiast  $\bigcup N_s$  ma być  $\bigcup N_x$ .

Str. 40, ost. akapit: " $v$  też swoje"  $\implies$  " $v$  też ma swoje".

Str. 42, def. 2.16: zamień  $V$  na  $V_t$ .

Str. 46, 3.1.2, pierwsze zdanie "Nasze logiki ... zatem będą pozbawione kwantyfikatorów" raczej zbędne.

Str. 47, ostatnie zdanie dowodu tw. 3.7: powinno być  $v \vdash W\varphi$ ; def. 3.10: "trójka"  $\implies$  "czwórka", ponadto  $\leq$  występuje dwa razy. Ten sam błąd jest powtórzony w def. 3.38 na str. 56.

Str. 51, czwarty akapit: o regule monotoniczności "nie jest prawdziwa", raczej "nie zachodzi".

Str. 54, przypis: można tego uniknąć po prostu przenosząc tw. 3.35 do tekstu poprzedzającego.

Str. 55, def. 3.36: dwa typograficznie różne zapisy reguły  $T_x$ .

Str. 57: sformułowanie "wręcz żąda się, by konieczność i możliwość nie były wzajemnie definowalne" wydaje się zbyt mocne; może raczej "zazwyczaj wymaga się ...".

Str. 58: warunki dla  $N\varphi$  i  $M\varphi$  są identyczne!

Str. 59: "włoscy autorzy" - Ch. Grelois jest Francuzem a Olivetti pracuje we Francji (co do Dalmonte nie mam pewności).

Str. 62, w punkcie o topologiach zredukowanych Gracio mamy dwa razy "są".

Str. 71, (2): "może dwa obiekty"  $\implies$  "może uznawać dwa obiekty".

Str. 72: pierwsze zdanie drugiego akapitu jest bardzo długie a ponadto kończący je wtręt w nawiasie jest niegramatyczny; zamiast "posłużyli się oni" może "którzy posłużyli się".

Str. 73, drugi akapit: "bęą"  $\implies$  "bęą". Niżej "ekstensjonalność"  $\implies$  "reguła ekstensjonalności dla". Wiersz -4:  $Y \in \setminus_w$  ?

Str. 77, po def. 4.17: "bazując"  $\implies$  "opierając się".

Str. 81: w definiensie warunku dla implikacji brakuje dwukrotnie  $\mu$  w indeksie dolnym relacji forcingu; to samo pominięcie (wielokrotnie) na dole strony. Aksjomat 10), zapewne chodzi o  $\varphi \rightarrow \neg\neg\varphi$ .

Str. 85: wyjaśnienie symbolu z gwiazdką w górnym indeksie pojawia się wprawdzie w przypisie na poprzedniej stronie, ale może lepiej by było je objaśnić w kontekście def. 4.42 i podanych ilustracji.

Str. 89, lem. 4.55, (4): brak  $\mu$  w indeksie dolnym relacji forcingu. To samo (wielokrotnie) w dowodzie tw. 4.61 na str. 92.

Str. 95, w. 4: "liczność"  $\implies$  "liczebność".

Str. 97, w. 4: brakuje  $\emptyset$  po  $\neq$ . W dowodzie (4) "Also"  $\implies$  "Również".

Str. 100, def. 5.26, (2): "into"  $\implies$  "w".

Str. 102, w. -11: dwa razy "też".

Str. 104, w dowodzie lem. 6.7. ( $\Leftarrow$ ) zacząć od nowego akapitu. Wiersz po dowodzie "wyrónienia"  $\implies$  "wyróżnienia".

Str. 108, pierwszy akapit: "założeń"  $\implies$  "założen". W przypisie mówi się o użyciu terminu "poset"; szczerze mówiąc nie zauważyłem takiego użycia w tekście.

Str. 110, tw.6.34: "Then"  $\implies$  "Wtedy". Ostatni w. "zdefiniowana"  $\implies$  "zdefiniowania".

Str. 111, prz. 6.44: "for any"  $\implies$  "dla dowolnego"; w akapicie 6.2.3. "przejsie"  $\implies$  "przejście".

W bibliografii w przypadku wielu prac brak jest numerów stron lub dat.

Ostatnia uwaga natury ogólnej. Jeżeli praca miałaby stanowić podstawę do przygotowania publikacji książkowej to niezbędne są dwa uzupełnienia. Jednym jest dodanie rozdziału wprowadzającego o charakterze omawianym przez autora na str. 6. Drugim jest dodanie indeksu, przynajmniej przedmiotowego z listą użytych symboli.

### 3 Odniesienie się do efektów kształcenia

Podane wyżej uwagi w mniej lub bardziej pośredni sposób odnoszą się do kwestii dotyczących tzw. efektów kształcenia. Tym niemniej, ze względu na formalne wymogi stawiane przez ustawodawcę i tytułem podsumowania postaram się w kilku punktach przedstawić najważniejsze kwestie.

Analiza treści recenzowanej rozprawy daje podstawy do stwierdzenia, że mgr Tomasz Witczak osiągnął następujące efekty kształcenia:

W zakresie wiedzy:

- posiada zaawansowaną wiedzę ogólną dotyczącą zasadniczych teorii badawczych,

pojęć i zasad w zakresie matematyki, w szczególności logiki matematycznej;

- posiada zaawansowaną wiedzę szczegółową uwzględniającą najnowsze osiągnięcia polskie i zagraniczne w zakresie logiki i matematyki;
- zna zasady oceny i korzystania z publikacji naukowych.

W zakresie umiejętności:

- posiada umiejętność wprowadzania do obiegu naukowego wyników badań naukowych;
- orientuje się w praktycznym wykorzystaniu metod badawczych w obrębie swojej dyscypliny i specjalności;
- posiada umiejętność krytycznej analizy i syntezy a także zdolność formułowania sądów na temat współczesnych problemów badawczych ze swojej dyscypliny;
- potrafi pracować z literaturą obcojęzyczną.

W zakresie kompetencji:

- posiada kompetencje do prowadzenia pracy naukowej i doskonalenia etosu tej pracy;
- przyczynia się do postępu społecznego i kulturowego w społeczeństwie opartym na wiedzy.

## 4 Wnioski końcowe

Mgr Tomasz Witczak podjął ciekawy problem badawczy, mający również duże znaczenie teoretyczne w badaniach nad logikami nieklasycznymi. W niniejszej rozprawie Autor udowodnił, że potrafi samodzielnie stawiać problemy badawcze oraz podejmować wartościowe próby ich rozwiązania. Analiza recenzowanej rozprawy doktorskiej pozwala w moim przekonaniu na stwierdzenie, że jest ona interesującym studium badawczym, stanowi istotny wkład w rozwój teorii semantyk zdaniowych rachunków nieklasycznych oraz spełnia ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. Wnoszę zatem o jej przyjęcie oraz o dopuszczenie mgr Tomasza Witczaka do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

A. Witczak